# Dérivation Formelle du Big Bounce en RGH via les Commutateurs

Laurent Besson, Yvan Rahbé, Grok 4

Novembre 2025

## 1 Introduction

En Relativité Générale Hypercomplexe (RGH), la non-commutativité quaternionique peut éviter la singularité du Big Bang, menant à un "Big Bounce" où l'échelle $a(t)$ atteint un minimum non nul. Cette dérivation utilise les commutateurs des quadri-vecteurs hypercomplexes pour modifier les équations de Friedmann.

## 2 Équations de Friedmann Modifiées

Dans RGH, les équations cosmologiques incluent $\Theta_{\mu\nu}$ des champs $\Phi$ et $H$ :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{1}{3}\Theta,$$

où $\Theta \sim \dot{\Phi}^2 + \dot{H}^2 + \kappa\Phi\Gamma\Phi + \lambda H\Gamma H$.

## 3 Rôle des Commutateurs

Les commutateurs $[h_i, h_j] = 2\epsilon_{ijk}h_k$ induisent une énergie minimale à petite échelle. Près de $a \to 0$, les termes en $H^j_{\mu i}$ dominent, ajoutant un potentiel répulsif :

$$\Theta_{Bounce} \approx \frac{\hbar^2}{a^4}[H, \partial H],$$

où $[H, \partial H]$ provient des dérivées covariantes non commutatives.

## 4 Dérivation du Bounce

Résolvons pour $a(t)$ près du minimum. Posons $\Theta_{Bounce} = \frac{C\hbar^2}{a^4}$ (C constant des commutateurs). L'équation devient :

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 - k + \frac{C\hbar^2}{3a^2}.$$

À petite $a$, le terme $\frac{C\hbar^2}{3a^2}$ domine positivement, empêchant $\dot{a} = 0$ à $a = 0$. Le minimum $a_{min} \sim \sqrt[3]{\frac{3C\hbar^2}{8\pi G\rho}}$ (échelle Planck-like) mène à un rebond : $\ddot{a} > 0$ pour $a < a_{min}$.

## 5 Implications

Ce Big Bounce, émergent des commutateurs RGH, résout la singularité sans inflation ad hoc, testable via des reliques primordiales dans le CMB.